

**CORSO ZERO DI MATEMATICA**  
**“POLINOMI, EQUAZIONI E DISEQUAZIONI”**  
*Prof. Erasmo Modica*  
[erasmo@galois.it](mailto:erasmo@galois.it)  
[www.galois.it](http://www.galois.it)

**POLINOMI**

1. Sviluppare i seguenti prodotti notevoli.

PRODOTTO	RISULTATO
$(p^m + q^n - r^m)^2$	$p^{2m} + q^{2n} + r^{2m} + 2p^m q^n - 2p^m r^m - 2q^n r^m$
$(-2x^{m+1} - 3y^{n+1} - x^m y^n)^2$	$4x^{2m+2} + 9y^{2n+2} + x^{2m} y^{2n} + 6x^m y^{2n+1} + 12x^{m+1} y^{n+1} + 4x^{2m+1} y^n$
$[(a+b)-(c+d)]^2$	$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab - 2ac - 2ad - 2bc - 2bd + 2cd$
$\left(\frac{1}{2}ab - 1\right)\left(\frac{1}{2}ab + 1\right)\left(\frac{1}{4}a^2b^2 - 1\right)$	$\frac{1}{16}a^4b^4 - \frac{1}{2}a^2b^2 + 1$
$\left(\frac{3}{2}x^2y - z\right)\left(\frac{3}{2}x^2y + z\right)\left(\frac{9}{4}x^4y^2 - z^2\right)$	$\frac{81}{16}x^8y^4 - \frac{9}{2}x^4y^2z^2 + z^4$
$(a+b-c)(a+b+c)$	$a^2 + 2ab + b^2 - c^2$
$(a^2 - b^2 - c^2)(a^2 + b^2 + c^2)$	$a^4 - b^4 - c^4 - 2b^2c^2$
$\left(\frac{1}{5}a^2 - 3b + c^3\right)\left(c^3 - 3b - \frac{1}{5}a^2\right)$	$c^6 - 6bc^3 - \frac{1}{25}a^4 + 9b^2$
$(2x - a + b - c)(2x + a - b + c)$	$-a^2 + 2ab - 2ac - b^2 - c^2 + 4x^2 + 2bc$
$(0, \bar{3}a^2 - 0,5b^3)^3$	$\frac{1}{27}a^6 - \frac{1}{6}a^4b^3 + \frac{1}{4}a^2b^6 - \frac{1}{8}b^9$
$\left(\frac{3}{2}x^3y^4 - 2x^4y^3\right)^3$	$-8x^{12}y^9 + 18x^{11}y^{10} - \frac{27}{2}x^{10}y^{11} + \frac{27}{8}x^9y^{12}$

2. Effettuare le seguenti divisioni.

DIVISIONE	RISULTATO
$\left(-3y^5 + \frac{1}{3}y^4 - \frac{4}{9}y - 1\right) : (1 - 3y^3 - y^2)$	$Q(y) = y^2 - \frac{4}{9}y + \frac{4}{27} \quad R(y) = -\frac{23}{27}y^2 - \frac{31}{27}$
$\left(\frac{5}{3}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{8}{3}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{16}{25}\right) : \left(\frac{5}{4}x^2 - 2x + 1\right)$	$Q(x) = \frac{4}{3}x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{16}{25} \quad R(x) = -\frac{18}{25}x$
$(3x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - x + 1) : (x^2 - 1)$	$Q(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 1 \quad R(x) = x - 1$

3. Scomporre in fattori i seguenti polinomi.

POLINOMIO	SOLUZIONE
$4a^2b + 12a^3b^4 - 16ab^5$	$4ab(a + 3a^2b^3 - 4b^4)$
$x^{p+1}y^{q+1} + 3x^{p+2}y^{q+1} - 2x^p y^{q+2}$	$x^p y^{q+1}(x + 3x^2 - 2y)$
$3a(a + 3b) - 5ab(a + 3b)(a - 2b)$	$a(a + 3b)(3 - 5ab + 10b^2)$
$x^{2m+2} - x^{m+2}y^n + 2x^{m+2}y^2 - 2x^2y^{n+2}$	$x^2(x^m - y^n)(x^m + 2y^2)$
$2a^{2p+2} - 3a^{2p}b^q - 6a^{p+2}b^2 + 9a^p b^{p+2}$	$a^p(a^p - 3b^2)(2a^2 - 3b^p)$
$x^{2(m+1)}y^n - 4x^{m+2}y^{2(n+1)} - 2x^{m+2}y^{2n+1} + 8x^2y^{3(n+1)}$	$x^2y^n(x^m - 4y^{n+2})(x^m - 2y^{n+1})$
$10a^{3m+2} + 5a^{2m} - 2a^{m+4} - 2a^{m+2} - a^2 - 1$	$(2a^{m+2} + 1)(5a^{2m} - a^2 - 1)$
$4ab^m z - 8ab^m ty - ab^m x - 12z + 24ty + 3x$	$(ab^m - 3)(4z - x - 8ty)$
$\frac{1}{4}p^{2m+2n} + 16q^{4m+2} + 4 - 4p^{m+n}q^{2m+1} - 2p^{m+n} + 16q^{2m+1}$	$\left(\frac{1}{2}p^{m+n} - 4q^{2m+1} - 2\right)^2$

4. Effettuare le seguenti divisioni, di cui la seconda mediante la regola di Ruffini.

$(2x^5 - x^4 - 3x^3 - x - 1) : (x^3 - 2x - 1)$	$(x^4 + ax^3 - x - a) : (x + a)$
--	----------------------------------

### EQUAZIONI E DISEQUAZIONI

1. Risolvere le seguenti equazioni di I grado.

$6 - [-2x + 4(x - 1) + 2(3 - x)] = 0$	$5 + (x + 1)(x - 1) = (x + 2)^2 - 4x$
$-\left(\frac{2}{3} - x\right) + 4(x + 2) - \frac{1}{3}(5x - 3) = 0$	$3\left(2x - \frac{1}{2}\right)\left(2x + \frac{1}{2}\right) - 2(2x - 1)^2 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + 1$
$\frac{-3x - 7}{x + 2} = \frac{2x + 3}{x + 2} + 3$	$\frac{9x + 4}{3x - 3} + 1 = \frac{6x - 1}{3 - 3x} + \frac{2}{3x - 3}$

- Determinare l'equazione risolvente il problema: "Trovare due numeri naturali, l'uno triplo dell'altro, la cui somma sia 224".
- Determinare l'equazione risolvente il problema: "Trova il numero che addizionato alla metà del suo quintuplo dia come risultato 77".
- Risolvere le seguenti equazioni di II grado.

$121x^2 - 1 = 0$	$2x^2 = x + x^2 - (x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x})$
$x^2 + 100 = 0$	$x^2 + 1 - (x - 1)(x + 1) = 2 + x^2 + x$
$(x + 3)^2 = 6x + 18$	$10x^2 - 5x = 9x^5 + 5x$
$\sqrt{7}x^2 - 8x + \sqrt{7} = 0$	$3x^2 - 10x = 9\sqrt{3}x - \sqrt{3}x^2 - 3\sqrt{3}$

$\frac{1}{\sqrt{10}}x^2 + 1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)x$	$3\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{9}{3x-1} = 10$
$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$	$2x^4 - 11x^2 + 9 = 0$

5. Trova un numero positivo che addizionato al proprio quadrato dia come somma 156.
6. Un numero, addizionato al quadrato della sua metà, dà come risultato 120. Trovare il numero.
7. Risolvere le seguenti disequazioni.

$-\left(\frac{1}{2} - \frac{x+1}{4}\right) + \frac{x}{2} - \frac{7}{4} > 0$	$(10x-1)^2 > 2 + 4(4x+1)^2 + (6x-1)^2$
$\frac{x-1}{2 - \frac{1}{2}} + x \geq \frac{2-x}{2 + \frac{1}{2}}$	$(x+1)^3 + (2-x)^3 < (3x+3)^2$